

LA PROPORCIÓN 'AUREA' DE CONSONANCIAS PERFECTAS E IMPERFECTAS EN EL CONTRAPUNTO TONAL A 2 VOCES

ENZO FERRARI¹

Resumen

Este trabajo pretende demostrar que existe una proporción áurea o muy cercana a la misma, en favor de las consonancias imperfectas respecto de las perfectas, en el contrapunto tonal a 2 voces, desde el siglo XVI hasta principio del siglo XX. Asimismo, se observa también un porcentaje áureo o muy cercano al áureo, de consonancias respecto de las disonancias utilizadas en dichos ejemplos musicales.

Palabras clave: proporción áurea - consonancias perfectas - contrapunto - disonancias.

Abstract

This paper aims to demonstrate that there is a golden ratio or close to it, in favor of tunes for the imperfect consonances in respect of perfect consonances, in 2 voices tonal counterpoint from the sixteenth century until the beginning of the twentieth century. Likewise, there is also a golden share or very close to the golden ratio of discordant tunes on the music used in these examples.

Key words: golden ratio - perfect consonances - counterpoint - discordant tunes.

¹ Quiero agradecer a todos los que me han ayudado de algún modo en la consecución de este artículo recomendándome bibliografía, facilitándome los ejemplos musicales, ayudándome en la corrección, etc., y muy especialmente al Lic. Mario Muscio quien me introdujo en esta problemática, me sugirió la investigación del tema y me ayudó permanentemente en el pulimento del presente trabajo.

Introducción

Leonardo de Pisa, más conocido como Fibonacci, fue el más grande de los matemáticos medievales. Por eso quizás llame la atención que una persona tan brillante se haya interesado en un problema de lo más trivial: “calcular el número de parejas de conejos que se tendrán al cabo de un año, suponiendo que se ha partido de una sola pareja, y que cada pareja a partir de su segundo mes produce mensualmente una pareja”.

Convengamos que no es preciso ser el más grande de los matemáticos medievales para hacer la cuenta:

- Primer mes: Una pareja
- Segundo mes: una pareja

En todo caso, esto parece funcionar bien para los primeros meses. Al tercer mes, la pareja original se reproduce; al mes siguiente, la pareja original vuelve reproducirse, mientras que la pareja del tercer mes está en la (dulce) espera, hasta el quinto mes:

- Tercer mes: dos parejas
- Cuarto mes: tres parejas
- Quinto mes: cinco parejas

Así, puede continuar la cuenta:

- Sexto mes: ocho parejas
- Séptimo mes: trece parejas

Para resumir, podemos ya decir que el fruto de todos estos cálculos es la secuencia conocida como “sucesión de Fibonacci”:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34...

Como podrá observarse, cada término F es la suma de los anteriores: tal es la regla generadora de la sucesión, y la responsable definitiva de su singular fama. Para dar una pequeña muestra de sus propiedades,

consideremos la siguiente fracción continua que converge al número áureo²:

$$\varphi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}}$$

Imagen 1

Así se llegó a la conclusión, hace ya muchos siglos atrás, que la naturaleza guardaba una suerte de proporción interna perfecta, que denominaron “proporción áurea” o número de oro. Se denomina así al número 1,618...

El problema de este número ya fue tratado por Euclides. Esta proporción llamada “media y extrema razón”, se simboliza con la letra griega φ (Phi) y es el más interesante de todos los números algebraicos inconmensurables. La división en media y extrema razón es la partición asimétrica más armoniosa y más ligada al principio del mínimo esfuerzo de William d’Ockham. Esta proporción puede expresarse así: “Para que un todo dividido en partes desiguales parezca hermoso desde el punto de vista de la forma, debe haber entre la parte menor y la mayor la misma razón que entre la mayor y el todo” (Zeysing). Tal es la divina proporción de Lucca Paccioli, la Sección Divina de Kepler (primero que menciona su interés en la botánica), la sección áurea de Leonardo Da Vinci. Esta relación se cumple y encuentra en las proporciones del cuerpo humano, en ciertas especies animales, en ciertas construcciones arquitectónicas (el Partenón) en gran cantidad de obras pictóricas y escultóricas, en botánica y hasta en música³.

Si bien en música se sabe que Bach utilizó la proporción áurea en sus composiciones a nivel formal y estructurando los ritmos, que Bartok la utilizó más tarde en el Siglo XX sistemáticamente hasta sus últimas consecuencias, y que muchos compositores como Mozart plantean períodos

² AMSTER, P., 2007.

³ CRESPI, I.; FERRAIRO, J., 1999.

y frases musicales que guardan un equilibrio áureo, la presencia de esta proporción no se detecta sino después de una revisión profunda.

El presente trabajo pretende demostrar la siguiente teoría: el contrapunto tonal correctamente escrito, que guarda un equilibrio sonoro, a dos voces (siempre dentro del paradigma de consonancia y disonancia que se mantiene desde bien entrado el siglo XVI hasta principio del siglo XX), contiene mayor cantidad de consonancias que disonancias y dentro de las consonancias una suerte de “proporción áurea” en favor de las consonancias imperfectas respecto de las perfectas. Por tanto, el conteo de consonancias nos revelará los siguientes resultados: 80% consonancias imperfectas y 20% consonancias perfectas; 70% consonancias imperfectas y 30% consonancias perfectas o bien 60% consonancias imperfectas y 40% consonancias perfectas. Nunca el resultado será 50% y 50%, con lo que se constata la superioridad de las imperfectas sobre las perfectas⁴. Asimismo, también destacamos la existencia, en los fragmentos a 2 voces, de una proporción áurea en favor de las consonancias por sobre las disonancias.

Cabe en este momento hacer una distinción capital que guiará al lector a lo largo de este trabajo. La gran mayoría de los libros y tratados de contrapunto, hablan de consonancias perfectas e imperfectas sin remarcar ningún tipo de distinción entre ellas.

Es aquí donde difiero, ya que considero “dinámicas” a las consonancias imperfectas⁵ (3° y 6°, que dan movilidad al discurso musical) y “estáticas” a las consonancias perfectas (5° y 8° que abren o cierran el discurso musical). Al mismo tiempo cabe señalar que las consonancias perfectas están en la base de la escala de los armónicos y las imperfectas en la zona superior (en números de la serie de Fobonacci: 8°: 2, 5°: 3, 3°: 5, 6°: 13) y hay una correspondencia con la función rítmica fundamental (Tesis, reposo - Arsis, arranque, arriba, impulso).

⁴ Cuando se realice análisis de obras a 4 voces, puede que alguna de las combinaciones posibles para formar parejas de voces no guarden la proporción buscada, ya que de lo contrario no habría variedad en cuanto a colores interválicos. De todas maneras, como se fundamentará con el correr del trabajo, esta proporción prevalece.

⁵ Los intervalos compuestos serán considerados como su equivalente simple, Ej: Una 10ma. será considerada como una 3era.



Imagen 2

Los fragmentos musicales que nos proponemos a analizar no sólo pertenecen al género instrumental para solista, sino también los hay para coro y música de cámara⁶:

Ejemplos de primera especie:

- Josquin Des Pres: *Missa Pange Lingua*, Kyrie
- Haendel: *6 Grandes Fugas*, Fuga III
- Bach: Preludio coral *Wenn wir in hochsten Nöthen sein*.
- Mozart: Cuarteto de cuerdas K171 (Andante)
- Beethoven: Sonata N° 32, Fuga Allegro ma non troppo
- Schumann: Fuga N°2
- Mendelssohn: *Aus tiefer not schrei ich zu dir*, Op.23 N°1
- Brahms: *Variaciones y Fuga sobre un tema de Haendel*. Op.24
- Lizst: *Fuga para órgano sobre el nombre de Bach*
- Ravel: Fuga de *Le tombeau de Couperin*
- Shostakovich: *Preludios y Fugas*, Fuga 15

⁶ Por último cabe aclarar, que de los ejemplos musicales que analizaré, en su mayoría a 4 voces, de las cuales tomaremos sólo las 2 voces que comiencen solas (ver ejemplo de Palestrina). He tomado esta determinación por 2 razones fundamentales: una musical "teórica", dado que el artículo hace referencia a la proporción encontrada en el contrapunto a 2 voces (cuando se escribe a 4, muchas veces la consonancia imperfecta (dinámica) la porta una tercera o cuarta voz, y no las 2 que venían sonando en la obra. Algo similar pasa a menudo con las voces internas de los corales a 4 voces y las voces externas). Y una razón "teórica" o de comodidad para el lector, ya que no sólo sería inútil incluir las demás voces por el fenómeno que acabo de explicar, sino que además se volvería para el lector mucho más engorrosa la lectura de este trabajo.

- Stravinsky: *Sinfonía de los salmos*, 2º movimiento
- Bartok: *Música para cuerdas, percusión y celesta*, Fuga.

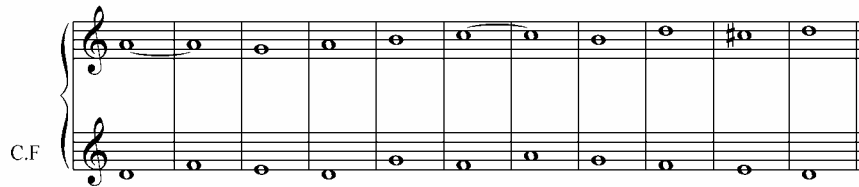


Imagen 3 – Ejercicio en primera especie de Fux

3ras = 5 Consonancias imperfectas = 7 = 63.63%
6tas = 2
5tas = 3 Consonancias perfectas = 4 = 36.36%

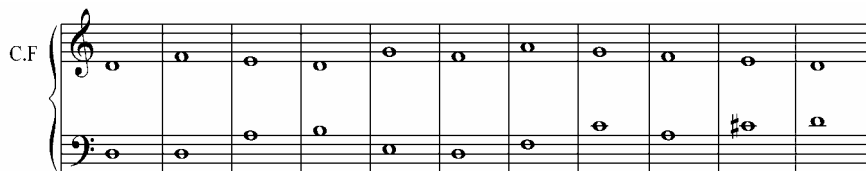


Imagen 4 –Ejercicio de Mozart en primera especie (cantus firmus de Fux)

8vas = 1
3ras = 6 Consonancias imperfectas = 7 = 63.63%
6tas = 1
5tas = 2 Consonancias perfectas = 4 = 36.36%
8vas/Unís = 2

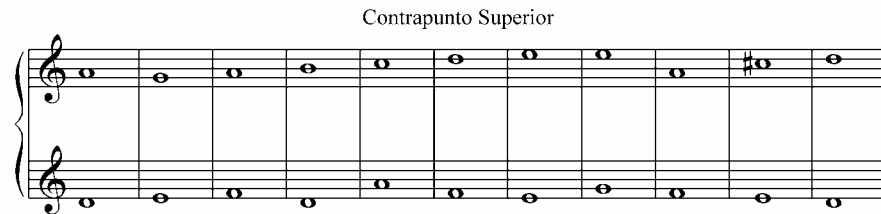


Imagen 5 – Ejemplo de primera especie de Beethoven (CF de Haydn)

3ras = 4 Consonancias imperfectas = 8 = 72.72%
6tas = 4
5tas = 1 Consonancias perfectas = 3 = 27.27%



Imagen 6 – Ejemplo de primera especie de Beethoven (CF de Haydn)

8vas = 2
3ras = 4 Consonancias imperfectas = 7 = 63.63%
6tas = 3
5tas = 1 Consonancias perfectas = 4 = 36.36%
8vas/Unís = 3

Josquin Des Pres: Missa Pange Lingua

Kyrie eleison

The image shows a musical score for the Kyrie eleison section of Josquin Des Pres's Missa Pange Lingua. It features a vocal line (Tenor and Bass) and a lute accompaniment. The score is written in 3/8 time and consists of six measures. The lyrics are: Ky - ri - e e - lei - son, Ky - ri - e e - lei - son, Ky - ri - e e - lei - son, Ky - ri - e e - lei - son, Ky - ri - e e - lei - son, Ky - ri - e e - lei - son. The score is divided into two systems, with the second system starting at measure 5.

Imagen 7

Tenor y Bajo

Compás 2: 5, 5, 3, 6

Compás 3: 8, 10, 9, 8, 10, 10

Compás 4: 10, 10, 8, 7, 5, 7, 6

Compás 5: 8, 5, 6

Compás 6: 10

3ras = 7 Consonancias imperfectas = 55.5%

6tas = 3

5tas = 4 Consonancias perfectas = 44.4%

8vas = 4

CONSONANCIAS = 18 = 85.7%

DISONANCIAS = 3 = 14.2%

Haendel: 6 Grandes Fugas, fuga III



Imagen 8

Soprano y Alto

Compás 2: 6 5 3 4 6 5 dism.

Compás 3: 4 7 3 2 3

Compás 4: 6 7 5 3 5 4 6 5

Compás 5:3

3eras = 5 Consonancias imperfectas = 69, 23%

6tas = 4

5tas = 4 Consonancias perfectas = 30, 76%

8vas = 0

CONSONANCIAS = 13 = 65%

DISONANCIAS = 7 = 35%

J.S Bach, Wenn wir in höchsten Nöthen sein.

De la siguiente obra, procederemos a analizar las proporciones que se encuentran en el contrapunto a dos voces entre las dos voces del órgano (vendrían a representar al Tenor y la Contralto en el coral tradicional). Tomaremos desde el principio hasta el primer tiempo del compás 11.

oder,
"Wenn wir in höchsten Nöthen sein."

"Before Thy throne I approach" or, "When in our deepest trouble."
(See page 832 vol. 13 for another arrangement.)

5. Adagio. $\text{♩} = 66.$

CHORAL.

MANUALE.

PEDALE.

sempre legato

tr

Ch. R. H.

Sw.

L. H.

Ch. R. H.

Imagen 9

- Tenor y Alto
- Compás 2: 6 7 6 6 6 6 5dism.
- Compás 3: 3 4 5 6 6 5dism. 4 3
- Compás 4: 2 6 3 3 7 6 5 6 7
- Compás 5: 8 7 5 6 8 4 5 4#
- Compás 6: 3 4 4# 3 1 2 3 4
- Compás 7: 4 5 6 5 4 3 4 5 6 5 4 3
- Compás 8: 3 3 3 3 3 3
- Compás 9: 3 3 6 6 6 4 4 5

Compás 10: 6 4 5 5dism. 3 4 5 6

Compás 11: 7 6 5

3ras = 18 Consonancias imperfectas = 37 = 71.15%

6tas = 19

5tas = 12 Consonancias perfectas = 15 = 28.85%

8vas/Unís = 3

CONSONANCIAS = 52 = 67.53%

DISONANCIAS = 25 = 32.47%

W. A. Mozart: Cuarteto de cuerdas K 171 (Andante)



Imagen 10

Soprano y Bajo:

Compás 1: 5 3 3 8 3 5 6 2 3 3 8

Compás 2: 3 5 6 8 3 5 6 7 6 8 7 6 5

a partir de la segunda corchea tomaremos, Violin 2 y Viola

Compás 3: 3 4 4 8 4 3 4aum 6 6 8 3 8 4 3

Compás 4: 3 5 6 8 6 5 6 7 6 8 2 6 5

Compás 5: 3

3ras = 13 Consonancias imperfectas = 25 = 58.14%

6tas = 12

5tas = 8 Consonancias perfectas = 17 = 41.86%

8vas = 9

CONSONANCIAS = 42 = 80.76%

DISONANCIAS = 10 = 19.23%

Beethoven: Sonata N° 31 Op 110, Fuga allegro ma non troppo



Imagen 11

Compás 5: 3 5 6

Compás 6: 3 2 4 3 2 8

Compás 7: 3 2 4 3 2 8

Compás 8: 3 4 3 8 7 5dism

Compás 9: 3 2 4 5 4 6

Compás 10: 7 5 6 6 5 3

Compás 11: 2 4 3

3ras = 10 Consonancias imperfectas = 14 = 66.66%

6tas = 4

5tas = 4 Consonancias perfectas = 7 = 33.33%
8vas = 3

CONSONANCIAS = 21 = 58.33%
DISONANCIAS = 15 = 41.66%

Schumann: Fuga n°2
Hasta el primer tiempo del compás 13.



Imagen 12

Soprano y Alto
Compás 7: 6 5 4 3 2 2
Compás 8: 4 6 5 dism.
Compás 9: 4dism⁷ 4dism 7 6
Compás 10: 5 5 6 5dism

⁷ A partir de aquí se considerará el intervalo perceptible a la audición, enarmónico, más allá de su función dentro de la armonía alterada; por ejemplo: La 7° disminuida como 6° mayor, la 5° aumentada como 6° menor, la 2° aumentada como 3° menor y la 4° disminuida como 3° mayor.

Compás 11: 3 4 3 8 6 7 6 5dism.

Compás 12: 3 4 1 6 3 4 3 5dism.

Compás 13: 3

3ras = 9 Consonancias imperfectas = 16 = 76.19%

6tas = 7

5tas = 3 Consonancias perfectas = 5 = 23.81%

8vas = 2

CONSONANCIAS = 19 = 59.37%

DISONANCIAS = 13 = 40.63%

Mendelssohn: Aus tiefer Noth schrei ich zu dir. Op.23 N°1

II. Fuge

Aus tiefer Noth schrei ich zu dir, aus tiefer Noth schrei ich zu dir, Herr Gott, er-hör mein Ru-fen, er-hör

A

Aus tiefer Noth schrei ich zu dir, er-hör mein tiefer Noth schrei ich zu dir, Herr Gott, er-hör Herr Gott, er-hör mein Ru-fen, aus tiefer hör' mein Ru-fen, er-hör mein Ru-fen, Herr Gott, er-hör, er-

Edition Peters Nr. 1770a RORS

Imagen 13

Bajo y Tenor

Compás 3: 1 5dism.

Compás 4: 3 1 2 3 5

Compás 5: 3 1 2 3

Compás 6: 5 3 3 4 3

Compás 7: 3

3ras = 8 Consonancias imperfectas = 8 = 61.54%

6tas = 0

5tas = 2 Consonancias perfectas = 5 = 38.46%

8vas/Unís = 3

CONSONANCIAS = 13 = 76.47%

DISONANCIAS = 4 = 23.53%

Brahms: Fuga



Imagen 14

Compás 3: 3 6 6 5 4 3 3 6 6 5 4 4dism

Compás 4: 5dism 3 5 5 8 2 5dism 3 5 5 8 4aum

Compás 5: 6

3ras = 6 Consonancias imperfectas = 11 = 57.89%

6tas = 5

5tas = 6 Consonancias perfectas = 8 = 42.11%

8vas = 2

CONSONANCIAS = 19 = 76.00%

DISONANCIAS = 10 = 24.00%

Liszt: Fuga para órgano sobre el nombre de Bach



Imagen 15

Compás 5: 3 2 3 6 6

Compás 6: 5aum 6 3 2aum 6 6 3

Compás 7: 3 7dism 6 2 7dism 3 4dism 6

Compás 8: 6

3ras⁸ = 8 Consonancias imperfectas = 19 = 100.00%

6tas⁹ = 11

5tas = 0 Consonancias perfectas = 0 = 0.00%

8vas = 0

CONSONANCIAS = 19 = 90.47%

DISONANCIAS = 2 = 9.53%

⁸ Es notable que en este ejemplo tributo a Bach, Liszt utiliza solo consonancias imperfectas sobre la segunda entrada del tema y, entre ellas, da a las sextas mayoría áurea (58%) frente a las terceras (42%). La sexta es uno de los intervalos caros al "cantor de Leipzig".

⁹ *Idem.*

Ravel: *Le tombeau de Couperin* : Fuga

II. Fugue

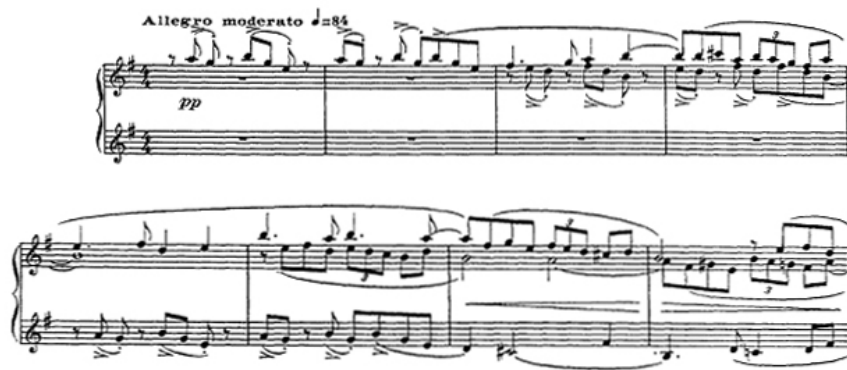


Imagen 16

Compás 3: 2 3 3 5 8

Compás 4: 5 6 3 6 5 3 2 3 7 4

3ras = 5 Consonancias imperfectas = 7 = 63%

6tas = 2

5tas = 3 Consonancias perfectas = 4 = 36%

8vas = 1

CONSONANCIAS = 11 = 73%

DISONANCIAS = 4 = 26%

Shostakovich: Preludios y Fugas, Fuga N°15



Imagen 17

Compás 7: 5 5dism 7dism¹⁰
Compás 8: 5 dism 6 5subdism
Compás 9: 8 4 5dism 4
Compás 10: 5dism 2aum 5 6 5
Compás 11: 6 3 5
Compás 12: 6 4aum 5aum 4dism 6
Compás 13: 2
3ras = 3 Consonancias imperfectas = 10 = 66.66%
6tas = 7
5tas = 4 Consonancias perfectas = 5 = 33.33%
8vas = 1

CONSONANCIAS = 15 = 62.50%
DISONANCIAS = 9 = 37.50%

¹⁰ Se considerara siempre el intervalo que capta la audición, y no el intervalo enmarcado dentro del análisis armónico; por ejemplo: sería 7dism. dentro del contexto armónico en el que se desenvuelve la pieza, pero nosotros consideraremos

Stravinsky: Sinfonía de los Salmos, 2º Mov.

II

Tempo ♩ = 60

Oboe 1

Fl. gr. 1

Oboe 2

Imagen 18

Tomaremos de esta obra las relaciones interválicas de la Flauta y el Oboe hasta compás 9.

Compás 6: 6 7 6 2aum 4aum

Compás 7: 5 4 6 3 3aum 5aum 4aum 6

Compás 8: 4aum 3 4aum 3 5 6 8

Compás 9: 4 5dism 3 5dism 3 2 3

3ras = 7 Consonancias imperfectas = 12 = 81.25%

6tas = 6

5tas = 2 Consonancias perfectas = 6 = 18.75%

8vas = 1

CONSONANCIAS = 16 = 59.25%

DISONANCIAS = 11 = 40.75%

este intervalo como una 6º en este caso Mayor, ya que es el intervalo que efectivamente capta el oyente del fragmento musical

Bartók: Música para cuerdas, percusión y celesta, Fuga

Béla Bartók

Andante tranquilo, ♩ ca 116-112

The image shows a musical score for strings and celesta. It includes staves for 1. 2. Viole, 3. 4. Vl., 1. 2. Vcl., and 1. 2. Vlc. The score is marked 'Andante tranquilo' with a tempo of approximately 116-112. It features various dynamics like 'pp' and 'con sord.' (con sordina). There are also some numerical markings like '5' and '12' in boxes.

Imagen 19

Compás 4: 4aum

Compás 5: 6 7 6 5dism 4dism 3 2

Compás 6: 4 5 6 8dism 6 3 2 3 3dism 4aum 7

Compás 7: 6 3 2 2aum 2 3 6

Compás 8: 5aum 6 5aum 3 5dism 4dism 5dism

Compás 9: 4

3ras = 10 Consonancias imperfectas = 20 = 95.23%

6tas = 9

5tas = 1 Consonancias perfectas = 1 = 4.77%

8vas = 0

CONSONANCIAS = 20 = 58.82%

DISONANCIAS = 13 = 38.23%

Podríamos decir a modo de conclusión, y en vista de los ejemplos analizados, que la música contrapuntística a 2 voces distingue las consonancias, dependiendo del rol que ocupan en la dinámica del discurso contrapuntístico y musical, entre las que sirven de cierre y apertura

discursiva como son las consonancias perfectas (5 y 8) y las consonancia imperfectas, que dan movimiento al discurso contrapuntístico; si bien ambos grupos son consonancias, esto explicaría el por qué de la proporción encontrada, ya que en caso contrario el discurso tendería al estatismo.

También podríamos decir que en la escritura contrapuntística a 2 voces se observa un mayor número de encuentros consonantes (ya se de consonancias perfectas o imperfectas) por sobre los disonantes, que tensionan y agitan el discurso, complementando al “movimiento - detención” del discurso que ya plantean las consonancias imperfectas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMSTER, Pablo
2007 *Fragmentos de un discurso matemático*. Buenos Aires, Fondo de Cultura Económica Argentina.

CRESPI, Irene; FERRAIRO, Jorge
1999 *Léxico técnico de las artes plásticas*, Buenos Aires, EUDEBA.

Enzo Ferrari es Licenciado en Dirección Coral y Licenciado en Composición por la Facultad de Artes y Ciencias Musicales de la Universidad Católica Argentina. Egresado del Profesorado Superior por la Facultad de Psicología y Educación de la Universidad Católica Argentina, con el título de Profesor Superior en Composición. Desde 2008 hasta la fecha se desempeña como ayudante en las cátedras de Contrapunto I y Contrapunto II de la FACM de la UCA, siendo nombrado en 2010, docente adscripto a la cátedra de Contrapunto II. Desde 2009 es miembro co-fundador de la Sociedad Intemporalis de Compositores Musicales.
